

基础教育数学教材中创造性思维呈现的现状与提升策略

北京师范大学 曾芯怡，陆灵欣，娄益，魏文怡，夏乐昊

- (1. 北京师范大学国际与比较教育研究院, 北京 100875;
2. 北京师范大学教师教育研究所, 北京 100875;
3. 北京师范大学高等教育研究院, 北京 100875;
4. 北京师范大学课程与教学研究院, 北京 100875)

张春莉教授

摘要：数学创造性思维培养是核心素养培养目标下数学教育的重要任务。研究采用 Bicer 等人提出的创造性思维分析框架，围绕开放式问题、问题提出、联系、可视化、扩展和沟通六个维度，对中国、日本和美国七年级数学教材进行文本分析与内容比较。结果表明，三国教材在创造性思维的设计理念与实施路径上存在显著差异：中国教材注重在拓展环节中融入设计类任务与跨学科实践；日本教材强调层次化的问题提出与多解法比较；美国教材则通过系统性多方法教学和高频开放性任务实现创造性思维的常态化培养。基于比较结果，研究建议进行教材解构与重构、评价体系建设、跨学科融合及教师角色转型。

关键词：数学教材；创造性思维；思维呈现

一、引言

在当今全球化时代背景之下，国际教育交流与合作日趋频繁。教材作为教学活动的关键媒介，针对教材的跨国比较及其相关研究的重要性不断凸显。随着人工智能的飞速发展，数学作为许多关键科学技术的重要基础，对培养学生的逻辑思维、问题解决能力和创新能力具有愈发重要的意义。基础教育数学教材不仅承载了数学知识传授的任务，而且对学生创造性思维的训练具有深远影响。21世纪以来，世界各国也在纷纷致力于通过教材改革来促进学生的创新意识，发展其创新能力。中国、日本、美国作为世界主要经济体，其各自拥有独特的教育理念与实践模式，对世界其他国家的教育体系建设产生了重要影响。具体而言，中国的基础教育注重学生积累扎实的基础知识以实现学科成就稳步发展；日本的教育制度在确保学科知识学习的同时，也注重学生个性化发展的需求；美国的教育系统则侧重培养学生的批判性思维与问题解决能力。

(一) 研究目的

教材是人才培养的主要手段，是传播知识的重要载体，是落实立德树人的关键要素，对保证教学质量、人才培养质量都起着基础性作用。数学创造性思维培养是核心素养培养目标下数学教育的重要任务。从数学基础教育的视角来看，国家间不同的文化与教育理念差异将反映在其数学教材的编排上，并对学生的创造性思维产生不同的影响。基于此，本研究旨在从国际比较的视角出发，深入分析中国、日本、美国三国基础教育数学新教材在呈现创造力培养方面的异同点。研究将通过比较不同国家在教材编写中设计和编排有关创造性思维培养内容的差异，发现相关任务在各自教材结构中的位置、涉及到的知识点容量、具体任务或活动的呈现方式等方面的异同，以此总结数学创造性思维的培养理念在各国教材中的渗透情况，并归纳出优、缺点，在对比中确定各国教材中的创造性思维任务及方法的有效性。研究结果还将对如何通过教材改革培养学生的创造性思维方面提供国际经验，为我国基础教育阶段的数学教材在发展学生创造性思维方面提供编写的参考依据，更为一线数学教师灵活地使用、创编教材提供思路。

作者简介：陆灵欣（2000-）女 广西桂林 硕士研究生在读 教师教育者专业发展；娄益（2001-）、女，辽宁庄河人，学生，硕士学位，研究方向为高等教育改革与发展。

本研究旨在 1) 通过系统梳理和对比中、日、美三国七年级数学教材中创造性思维的呈现情况和融入方式; 2) 探索不同国家教材中创造性思维培养的特点和差异, 总结这些国家在呈现创造性思维方式上的不同模式以及有效的经验, 把握各国在数学教育中对创造性思维培养的重视程度与实施路径; 3) 从数学教师的实践需求出发, 深入分析当前数学教材中在促进创造性思维发展方面所面临的挑战, 为一线教师提供关于如何有效利用新教材促进学生创造性思维发展的具体建议。

(二) 研究问题

已有研究发现, 在教学实践中, 因受“应试教育”文化、教学观念、教学材料等因素制约, 以及对常规思维训练的看重, 我国学生一直存在“扎实的数学基础和竞赛能力”同“低水平的创造能力”并存的矛盾现象。本研究聚焦在不同国家在教材中创造性思维呈现情况这一问题, 深入探讨创造性思维的呈现是否因国别、文化等方面存在不同的模式类型, 并吸取其中符合我国国情的有效内容, 改变我国学生在基础能力与创造能力间存在的矛盾问题。概括来讲, 本课题拟研究以下几方面问题:

第一, 基于已有的“数学教材中创造性思维内容分析框架”, 分析中、日、美三国基础教育数学教材中创造性思维内容的呈现情况如何?

第二, 中、日、美三国的基础教育数学教材在呈现创造性思维方面存在哪些异同?

第三, 数学教师应如何在现有教材的基础上创造性地使用教材以达到培养学生创造性思维的目标?

(三) 研究意义

本研究在整个研究过程中将特别关注如何将理论研究成果转化为可操作的教学指导, 为后续改进提供明确方向, 助力基础教育数学课程改革的深化。一方面, 研究将通过对各国教材进行系统性比较, 分析中国、日、美三国在数学新教材中对学生创造性思维培养的策略、成效及挑战, 以期在新教材推出的现实背景之下, 适时对我国在教材编写和使用方面提供借鉴与启示; 另一方面, 本研究还有助于揭示不同文化背景下数学基础教育的共性与特性, 在促进全球教育资源的共享与优化的同时, 提升我国创新型人才的全球竞争力。

1. 理论意义

从理论层面看, 本研究选择国际比较的研究视角, 对中、日、美三国基础教育阶段的数学教材内容展开分析。现今, 国内外有许多优秀的数学教材国际比较研究, 但多数是停留在课程标准或教材内容等宏观层面的静态分析, 较少从数学学科特征与学习者自身发展所需核心素养相结合的角度开展具体的专题研究。因此, 本研究在前人的研究基础上, 结合时代对创新人才培养的现实需求, 确定了以数学创造性思维作为教材比较的核心主题, 并在对比过程中使用已有研究中相对成熟的创造性导向任务框架进行分析, 科学评估教材中的创造性任务及其对学生思维发展的影响。整体而言, 本研究将建立在科学理论基础之上, 对现行数学教材在培养学生创造性思维技能发展方面的有效性进行理论分析, 以期对数学教材的国际比较研究提供新的理论视角。

2. 实践意义

从实践层面看, 本研究对于提升基础教育阶段学生的数学创造力具有直接的促进作用。首先, 基于对中、美、日三国数学教材的分析和比较, 可以识别出各国在激发学生创新思维方面的具体策略和方法, 如问题提出的开放性活动设计、跨学科知识的融合、项目式学习的引入等, 相关内容将为一线教师提供可借鉴的教学素材和启示。其次, 研究结论将从学生的数学创造性思维发展角度出发, 为我国基础教育数学教材的持续优化与更新提供新思路, 尤其关注教材内容在培养学生批判性思维、创新能力解决问题等方面能力的作用。整体而言, 本研究以国际教材比较作为切入点, 探求不同教育文化背景下, 有关数学创造性思维的任务在基础教材中的呈现情况差异, 为新时代的创新人才培养提供实践参考。

二、文献综述

(一) 与数学教材内容的有关研究

以“数学教材”为检索词在中国知网进行查询, 发现 1998 年至今, 该研究领域共有相关 CSSCI 论文 363 篇。由下图可知, 自 2010 年以来, 数学教材相关研究成果数量呈现波动上升的趋势, 并在 2015 年达到高峰。近 4 年来相关研究数量也呈稳步增长态势, 说明研究界较为关注数学教材的研究情况。上述文献的主

题分布情况如图 1 所示。可以发现，与其他学段相比，小学数学教材得到了更多学者的关注，研究成果相对丰富。比较研究是该领域主要的研究设计之一，学者们往往通过比较的方式发现教材现存问题，并借鉴其他教材的优势之处提出改进策略。数学教材的具体研究内容主要围绕教材的编写与使用过程展开，涉及到宏观的教材建设、教材内容、教材编写方式与特点、数学文化的体现等多方面。

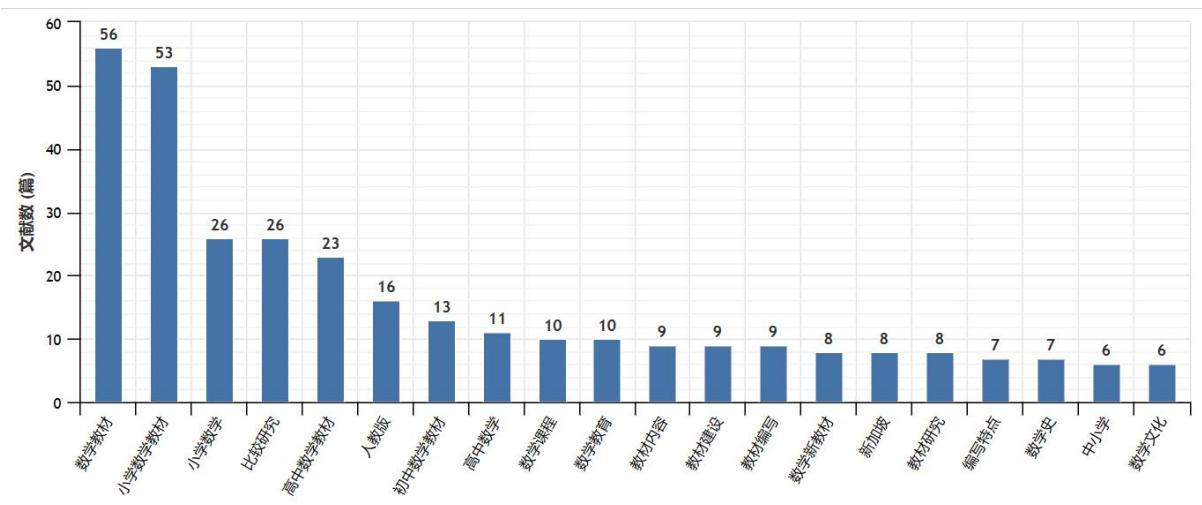


图 1 国内“数学教材”相关研究成果主题分布

以往学者多采用不同教材之间的横向比较方式，选定某一特定内容，基于特定视角或理论框架对其呈现内容和方式进行分析。总体而言，学者们选定的分析视角与内容由大到小可分为三种类型。一是对数学教材的整体编排进行合理性方面的探讨。王运思分析了人教 A 版高中数学教材的文本编写内容与方式，发现其具有逻辑连贯、问题引导学习、结构合理、蕴含哲理的特点[1]。杨涛等人出于科学性和结果可推广性的考虑，使用 TIMSS 主题追踪图方法，选取中国义务教育阶段 4 种不同版本数学教材进行分析，并与 TIMSS 高成就国家和地区的主题分布比较。结果发现，相比于他国，中国教材的内容连续性相对较低，总体年级跨度更小，教学内容分布更为集中[2]。李坤丽和唐佳丽对以往数学教材研究的现状特征进行了回溯与总结，指出未来数学教材使用面临着数字情境下的师生交互质量存疑、对学习的实际支持不足等问题[3]。二是针对学科内的特定知识体系呈现进行分析，以小见大反映数学教材的现状问题。黄贤明等人从核心素养视角切入，比较分析国内 4 个版本小学数学教材中相关“认识人民币”所呈现的内容，发现其均具有重视情境化教学和学生经验理解、数学习题的背景单一、实践操作性强、关注文化渗透的特点[4]。杨慧娟等人聚焦于度量衡的呈现，对中日韩三国小学数学教材中的这一内容进行了比较分析，并指出要在教材编修过程中增强实践性、注重度量衡术语的规范使用和内容编排的整体性与统一性[5]。三是紧跟时代脉搏，探讨热点话题、核心素养在数学教材中的体现状况。随着《中共中央国务院关于全面加强新时代大中小学劳动教育的意见》的出台，有研究者关注到了小学数学教材中劳动教育内容的呈现情况，采用文献研究法、专家咨询法和文本分析法系统探析国内四套国家课程标准小学数学教材中劳动教育内容。结果发现，由于课程标准相关内容缺失、顶层设计不足以及学科固有的抽象化特点，使得现有小学数学教材中的劳动教育内容呈现存在内容零散、含义表浅化和脱离实践的问题[6]。赵欣怡等人聚焦小学数学教材的立德树人属性，从认知、情感和行为三个维度为抓手，探讨小学数学教材培育学生中华民族共同体意识的价值意蕴和实践路径[7]。将数学史融入课堂，有助于提升学生的科学精神、创新意识和人文素养[8]。据此，雷沛瑶和胡典顺比较了中国大陆和中国台湾 2 版数学教科书中数学史的融入现状，具体分析维度包括数量、内容分类、知识领域、栏目分布、运用方式和涉及国家。基于分析结果，他们建议数学史料的运用应考虑现代课堂情境和学生的心理需要，将数学史进行改造加工以隐性的方式帮助教师的教和学生的学[9]。

综合以往学者的研究可知，数学教材的研究视角和学科理论呈现多样化的特征，如采用叙事研究框架将教材当作故事分析；使用社会循证研究的方法研究数学教材；从语言学、现象学等角度分析教材等。数学教材内容的研究方法以文本内容分析为主，常常以多版本、多国教材中的某一章节或教学板块的比较展

开。以往研究为本研究的视角方法和内容选取提供了一定借鉴，但是在理论视角的适切性、分析方法的科学性和探究内容的及时性与必要性方面仍有深入的空间。

（二）与创造性思维内容的有关研究

当今世界正面临百年未有之大变局，在科技革命如火如荼、国际间尖端科技竞争日益加剧的背景下，知识的大量学习与存储已无法满足时代对于人才的需要。创造性思维作为学生适应未来多变世界的必备素养，逐渐受到学者们的广泛关注。创造性思维倡导问题解决，强调批判质疑、反思探究，培养学生的创造性思维也是提升学生核心素养的有效途径[10]。创造性思维作为创造力的核心，既是数学的本质，也是数学发展的源动力[11]。我国《义务教育数学课程标准（2022年版）》将发展学生的“实践能力和创新精神”列为数学课程的性质，将“创新意识”列为学生在义务教育阶段的数学核心素养主要表现之一，将其阐述为“主动尝试从日常生活、自然现象或科学情境中发现和提出有意义的数学问题。初步学会通过具体的实例，运用归纳和类比发现数学关系与规律，提出数学命题与猜想，并加以验证；勇于探索一些开放性的、非常规的实际问题与数学问题。创新意识有助于形成独立思考、敢于质疑的科学态度与理性精神。”[12]创新意识作为上位概念，其包含了对学生数学学习中“创新”部分的方方面面。而要想真正使得学生具备这样的意识，就应该从数学学习的本质——思维出发，在教学活动中将学生创造性思维的培养作为基本理念，发挥好数学在培养学生创新能力方面不可替代的作用。因此，探讨创造性思维在数学教育全过程、各方面的体现，具有重要的育人价值，它也成为当前数学教育界持续关注的热门话题。针对本研究的研究目标与需求，以下综述将进一步缩小研究关注范围，将视野聚焦于识别、分析创造性思维内容之上。

当前学界对创造性思维的定义主要分为两大类。一类将其视为课程基本理念与教学重要目标。如将其定义为倡导问题解决，强调批判质疑、反思探究，培养学生的创造性思维也是提升学生核心素养的有效途径[10]，或者说创造性思维作为创造力的核心，既是数学的本质，也是数学发展的源动力[11]；《中华人民共和国教育部·义务教育数学课程标准(2022年版)》也指出，发展学生的“实践能力和创新精神”列为数学课程的性质，将“创新意识”列为学生在义务教育阶段的数学核心素养主要表现之一。[12]另一类则认为其是一种伴随着创造过程而产生的思维，且都包含思维的流畅性、灵活性和独创性三个方面。例如指出创造性思维就是一种特殊形式的问题解决。它包括敏感性、流畅性、灵活性、独创性、详细性等多种能力。或者说，灵活性、推测性、探究性以及独立性是创造性思维的重要元素。在此基础上，数学创造性思维还具有突破性、新颖性和灵活性。创造性思维具有广袤性、灵活性、敏捷性、求异性、变通性和独创性等特点。[23]创造性思维是人类思维的高级过程。综上所述，在本研究中，将“创造性思维”界定为：在解决数学任务过程中体现出的以思维流畅性（解决方案的数量）、灵活性（策略的多样性）和独创性（结果的独特性或新颖性）为主要特征的数学思维品质。

（三）与熟悉教科书中创造性思维呈现的有关研究

教材是教师教和学生学的重要载体，在一定程度上决定了数学课程教学中能否落实课程标准对培养学生创造性思维的要求。基于创造性思维在学生成长学习中起到的重要作用，有学者关注到其与数学教育、教材的内在联系，并基于此对教材中的创造性思维内容进行考察。丁福军和张维忠采用 Hadar 和 Tirosh 开发的创造性思维框架，从发散思维、聚合思维和横向思维三个维度分析人教版小学数学全套 12 册教材（2013 年通过教育部审定）中关于创造性思维的内容及其呈现方式。定量结果显示，体现聚合思维的内容在教材中出现的比例最高，有关创造性思维的内容在四年级的呈现比例最低，且不同课程领域间涉及创造性思维内容的含量分布不均[13]。除了单一系列教材的个案分析，杨新荣和杨莉莽基于纵向比较视角，以 1995 年、2004 年和 2013 年三个版本的小学数学教材为研究对象，采用同样的创造性思维框架分析教材中创造性思维内容的呈现情况。结果发现，随着版本的更新，体现创造性思维的内容无论在数量还是类型上都有所增加，但存在年级分布和知识领域分布不均、多类型任务占比小的问题[14]。也有学者对前述研究中使用的三维度九类型分析框架进行了修订，扩充形成了数学教科书中创造性思维的四维度分析框架，具体内容如表格所示。

表 1 数学教科书中创造性思维呈现的分析框架

维度	类型	具体表现
聚合思维	识别归纳	学生识别、归纳并探索数学猜想、规律、原理或结构

	概念关联	学生将多个数学概念进行关联，识别内在关系，并进行整合与应用
	数学应用	学生应用数学解决现实情境的问题
	类比转化	学生通过类比得出新概念、新性质或进行命题转化
发散思维	开放式问题解决	结构不良问题、开放式问题，学生给出某个答案
	多方法问题解决	学生用多种方法解决问题，并给予解释
	问题提出	学生根据信息，提出新问题、新解决方法
横向思维	直观想象	学生使用想象与创新的方法来探索与解决问题，提出新的认识，而不是遵循已有模式
	推广拓展	学生在原有结论的基础上能够进行拓展或推广
逆向思维	反向思考	学生通过逆常规思考，探索新概念、新性质，发现并证明结论
	举反例	学生通过举反例证明问题的科学性

除上述分析框架之外，还有学者基于对一般创造力的认知和一线教育实践经验，提出了可用于分析创造性思维内容与质量的框架体系。Bicer 认为数学创造力是通过识别和选择可接受的数学模式和模型，生成对于学生本人而言（而不是对整个学术界）新颖的数学思想、过程、产品的能力。在此基础上，Bicer 等人结合并扩展了原有框架，修订出一个包含 6 个类别、17 个子类别的数学课程创造力分析框架。内容包括开放式问题（多解决路径、不止一个正确答案、不完整问题、建模）、提出问题（结构化、半结构化、自由）、连接（现实生活、跨学科、数学主题）、可视化（技术集成、动手操作、绘图）、扩展（具有挑战性的问题、概括/抽象）和沟通（小组工作/协作、反思性问题）[15]。Bicer 等人使用该框架分析了美国最常用的小学数学教科书中纳入创造性思维的情况，通过系统的编码统计发现：不同年级数学教科书中的不同课型对于创造性思维的纳入情况有着不同的优、缺点。研究基于此结果提出，学区、学校和课堂教师应该根据学生的需求选择课程。

由此可见，目前已有的对于数学教材中创造性思维呈现的研究，多局限于本国教材的自我审视，选择国际比较等类型的视野相对较少。同时，既有研究的理论基础相对薄弱，分析框架的科学性、综合性有待进一步提升。因此，本研究将立足我国数学教育实践和最新版本教材投入教学使用的现状，在适切的理论基础和权威、详实的分析框架下，通过与数学创造性教育处于较高水准的美国和日本之间的数学教材进行比较，学习他国教材中有关创造性思维内容编写及呈现方式的有效做法，并从中吸收宝贵经验，为我国的教师在使用新教材中培养学生的创造性思维提供可参考的依据。

（四）当前文献述评

综上所述，当前我国学者对于数学教材中创造性思维的相关研究多局限于本国教材的自我审视，涉及国际比较的角度相对较少。同时，既有研究的理论基础相对薄弱，存在分析框架的科学性、综合性有所不足等问题。基于此，本研究通过比较中国、日本和美国的教材，提供了一个跨文化的视角来审视和分析不同国家在数学教育中的创造性思维培养方法，有助于揭示不同教育体系下创造性思维培养的异同。研究将专注七年级数学教材，深入分析特定年级教材在培养学生数学创造性思维方面的编写情况。研究整体上采用文本分析法、比较研究法等多种研究方法，这也为多维度视角和深入分析提供了可能性。本研究试图从创造性思维的多个维度（如聚合思维、发散思维等）探讨其在教材中的呈现，全面理解创造性思维的内涵和外延，精准地捕捉并量化中、日、美三国七年级数学教材中创造性思维的呈现特征与差异，从而能够更加全面地剖析创造性思维在当前各国教材的渗透情况。另外，本研究在进行国际比较的同时，还会考虑如何将国际经验本土化，使之适应本国的教育环境和学生需求，探讨当前教材中可能存在的提升空间，从数学教师的实践视角为刚投入使用的我国基础教育数学新教材的落地实操提供一定的启示与建议。

三、研究设计

尽管研究者们已经指出，创造力在数学教育中很重要，但关于数学课程中不同数学任务在培养学生数学创造性思维方面有效性的研究仍存在空白。如前所述，创造性思维受到符号系统（学科知识）、社会系统和创造者之间的相互作用影响。在符号系统以及创造者天然地存在差异的前提下，社会系统成为了研究对象选取的主要依据。因此，本研究根据各国的经济与教育发展水平对研究案例做出了初步的判断。在经济

水平上，根据世界银行颁布的世界发展指标（world development indicators）以及相关统计数据，美国与日本均属于高收入国家组别，同时，“教育强国指数”也显示，日美两国的教育实力强劲，美国以绝对教育实力处于第一方阵的唯一一个国家、日本虽处于第二方阵，但仍在全球排名位于第三，有较强的教育实力。此外，考虑到本研究关注的是教科书中涉及创造性思维内容呈现的问题，研究组还额外考量了国家的教材管理制度以及部分国际测评项目对创造性思维表现的排列，日本和美国的教材管理制度总体上与中国较为相似，两国在 PISA2022 的创造性思维测试中，虽未名列前茅但总体表现水平较好，这也意味着两国教材在创造性思维的呈现中存在可借鉴性。因此，本研究最终选定中国、日本、美国三国开展比较研究。

（一）研究方法

本研究主要采取文本分析法。在资料收集上使用实物收集法，选取中国、日本和美国三个国家七年级的数学教科书作为主要文献分析材料，在资料分析上采用内容分析法，在对教材中体现创造性思维的内容与呈现方式进行频数、占比等方面的统计分析的同时，借助已有的关于创造性思维的分析框架，进一步对其进行细致的整理、编码与分析，探究三本教材在创造性思维呈现方式上存在的共同点和差异点，从中得到启示与建议，对教材的编修与使用提供借鉴，使其更好地发挥应有的教育教学价值。

（二）研究框架

教科书应该包括困难的、具有挑战性、基于现实生活的任务情境，以培养创造和推理。Bicer 认为，数学创造力是“通过识别和选择可接受的数学模式和模型，生成对于学生本人而言（而不是对整个学术界）新颖的数学思想、过程、产品的能力[13]”。他强调，每个人都具有创造性，无论其专业知识有多少，且人的创造性行为和产出受到社会环境的影响。也就是说，创造力表现为符号系统（学科知识）、社会系统和创造者之间的相互作用。这一理论主张与本研究具有较强的适切性。在本研究中，数学教科书是创造力思维培养的符号系统，而社会系统是教师将一般的和特定学科的教学实践整合到课堂中，从而促进或抑制学生创造力发展的过程。

因此，本研究选择采用 Bicer 等人提出的创造力框架进行分析。该框架由 6 个类别组成，包括开放式问题、问题提出、联系、可视化、扩展和沟通。其中，开放式数学问题涉及具有不确定组成部分的情况或问题，如过程、答案，甚至问题本身不确定，与具有单一解决方案的问题形成对比。第二个纬度，即问题提出。这一维度则涉及在分析情况后提出问题，包括结构化、半结构化和自由。第三个纬度，即联系纬度包括现实生活中的、跨学科的或与其他数学主题相关的任务。第四个可视化纬度则指促使学生创造性地表达数学概念，包括动手操作、绘图和技术。其五，扩展任务，包括概括和抽象，涉及从可观察的模式中推断规则、猜想或模型。第六，沟通，这一呈现方式对创造力至关重要，它要求学生明确地将自己的数学思想传达给同学和老师，包括小组协作和反思性问题。本研究将使用该框架，分析中美日三国七年级数学教材中创造性思维的呈现。框架的具体内容见下表。

表 2 数学教材中创造性思维内容分析框架

开放式问题	多解决路径	要求学生以至少两种不同的方式解决问题，培养多样化问题解决方法
	存在多个有效解	支持学生作出灵活性和探索性的解答
	未充分阐述的问题	鼓励对一种情况进行多种解释
问题提出	建模	需要学生对情境进行数学化，创建数学模型
	结构化	学生通过改变问题或条件来改变给定的情境
	半结构化	学生在没有提示的情况下，利用以前学过的概念提问
联系	自由问题	鼓励学生分析各种情况并提问
	现实生活	需要将问题置于一个促使学生利用他们的背景知识和经验来解决问题的环境中
	跨学科	超越数学，延伸到科学和历史等学科
可视化	数学主题	涉及将不同的概念结合起来解决问题
	绘图	通过视觉表现的概念理解，促进非正式的解决方案
	动手操作	将创造具体地表现出来
	技术集成	借助图形计算器或计算机等工具进行数学表示

扩展	具有挑战性的问题	通过改变条件或寻求概括来超越当前的问题状态,鼓励学生深入研究比日常目标更复杂的任务
	概括和抽象	从可观察的模式中推导规则、结构或模型
沟通	小组合作	需要共同努力才能理解一个概念或解决一个问题的任务
	反思性问题	能够促使学生清晰地表达他们的推理任务

四、三国教材创造性思维呈现情况

(一) 中国数学教材

聚焦人教版七年级数学教材(2012年版)中创造性思维培养的设计特征,通过对教材文本的系统梳理发现,其创造性思维的渗透主要体现在问题情境的开放性、跨学科融合的实践性、思维引导的渐进性以及活动任务的创新性四个维度。在问题情境设计方面,教材通过设置条件开放、结论多元的探究性问题,为学生提供思维发散的空间。例如七年级下册第102页“利用相交线设计测量方案”的任务,要求学生结合光学反射原理自主设计地面高度测量工具,教材未限定具体方法,而是提供量角器、标杆等工具提示,鼓励学生尝试多种物理几何融合的方案。此类问题在教材中的类型分布呈现鲜明特征。

表3 开放性问题的类型与分布

问题类型	数量	典型案例位置	创新思维指向
一题多解	11	上册 P83 线段计数问题	分类讨论、系统化思维
条件开放	8	下册 P34 不等式解集探究	逆向推理、边界分析
结论开放	6	下册 P121 数据趋势推断	合情推理、批判性思维

此类问题多分布于章节末的“拓广探索”栏目,其共性在于突破单一解题路径的束缚,累计出现25例,占拓展类问题的37%。尤其在下册第102页的测量方案设计中,教材通过“工具箱”隐喻激发多路径探索,解决过程需综合应用几何性质与物理定律,体现了STEM教育的跨学科创新思维。

在跨学科融合层面,教材将数学知识与工程、艺术、社会科学等领域深度结合,构建真实性创新情境。七年级上册第124页以防讯水位监测为背景,要求学生运用正负数表示水位变化趋势并制定应急预案;更具代表性的是下册第148页“利用平移旋转设计文化墙图案”的数学活动,该任务仅提供基础几何图形,要求学生通过变换组合创造具有文化寓意的图案,并书面阐释设计理念。此类跨学科情境的领域分布呈现以下特点。

表4 跨学科情境的领域分布

学科领域	占比	典型案例
工程应用	32%	上册 P124 防讯水位响应方案设计
艺术设计	21%	下册 P148 传统文化墙面图案创作
社会科学	18%	下册 P158 校园垃圾分类调查优化方案

艺术设计类任务采用“最小化引导+最大化创造”策略,如文化墙设计要求从基本图形出发,通过几何变换生成图案并说明文化寓意,使学生从知识使用者转变为文化符号创造者。值得关注的是,当前跨学科情境多集中于传统领域,对生物遗传概率、经济模型等新兴领域的涉及较少。

教材在思维引导上呈现鲜明的层级递进特征,形成“基础巩固—变式迁移—创新突破”的三阶路径。以“一元一次方程”章节为例,基础层聚焦标准应用题解法(上册第101页例题);变式层通过调整参数关系提升迁移能力(上册第106页习题9);创新层则要求学生自编符合实际背景的方程问题(上册第111页数学活动)。这种阶梯式设计在各章节形成固定模块,其分布比如下。

表5 思维层级的章节分布

思维层级	占比	功能定位
基础巩固	60%	掌握核心概念与标准解法

变式迁移	25%	训练条件转化与模型迁移能力
创新突破	15%	发展问题创设与方案原创能力

每章末的“数学活动”栏目成为创新突破的主要载体，其中创新任务占比高达80%。例如上册第111页活动明确要求“结合校园生活设计问题，并说明方程的实际意义”，推动学生将数学模型与现实问题创造性联结。

实践活动设计凸显“做数学”的创新价值。七年级特有的立体几何与统计初步等内容，为实践创新提供天然载体。例如“制作可展开的立体模型”任务（上册第128页），要求学生根据三视图反推实体结构，通过剪纸拼接验证空间构想；“校园垃圾分类调查”项目（下册第158页）则引导学生自主设计抽样方案、选择统计图表表达数据趋势，最终基于分析结论撰写环保建议书。教材中7个主要实践活动的创新要求如下。

表6 创新实践活动的设计特点

活动主题	创新要求	成果形式
制作可展开立体模型	三视图逆向推理与手工实现	立体纸质模型
环保趋势统计分析	变量自主选择与组合图表呈现	数据可视化报告
校园最优游览路线设计	坐标系与距离公式的综合应用	路径规划方案书

这些活动注重产出物与思维创新的双重实现，但在评价标准上存在改进空间。例如立体模型制作虽蕴含工程设计思维，但教材仅提出“结构合理”等模糊要求，未建立包含“空间创新性”“工艺精度”等维度的量规体系。

综合而言，人教版七年级教材通过多元路径渗透创造性思维培养：在问题设计上强调解法开放性与条件可变性，在情境构建上注重学科交叉与现实关联，在思维训练上遵循循序渐进的认知规律，在活动实施上突出动手实践与成果创造。未来优化可着力于两点：其一，深化跨学科情境的复杂性，如引入生物遗传中的概率模型或城市交通流优化等前沿议题；其二，建立创新表现评价体系，为“图案设计”“方案制定”等任务提供包含新颖性（解法独特度）、实用性（问题解决效能）、社会价值（文化/环保意义）的多维评估框架。对教师而言，需重点解构教材中的创新要素——如将“包装盒设计”任务分解为材料计算、结构优化、美感整合三阶段实施，并引导学生建立包含草图、改进日志在内的创新档案袋，使创造性思维培养从教材设计走向课堂实践。

（二）日本数学教材

日本数学教材在总体设计上，每一章都会有相应的各种标志与符号为学生在每一个部分应该做的或此活动应该达成的目标作出表明。这些符号在课程开始之前的序言中就会标明，保证学生在学习之前能够清楚明确自己在每一章需要完成的任务。此外，日本数学教材还在开始的语言中强调“通过彼此交谈来加深你们的想法”“不仅要解决类似的问题，还要解决我们周围的现象”。通过多次重申教材的教育理论以及倡导的活动保证学生能够按照教材所设计的对创造性思维培养的思路进行思考。教材一共分为七章，每一章在创造性思维的呈现频次如下表。

表7 日本数学教材创造性思维呈现频次

	开放式问题	问题提出	联系	可视化	扩展	沟通
第1章 正数与负数	16	23	18	11	10	8
第2章 字符表达式	10	17	12	10	8	5
第3章 方程式	14	22	16	10	10	10
第4章 正反比例	18	28	22	16	14	12
第5章 平面图形	16	23	18	20	10	10
第6章 立体图形	9	11	19	23	7	13
第7章 材料运用	8	29	28	24	13	18

从整体上来说，日本教材呈现以下几种特征。其一，目标导向的系统性设计。教材将批判性思维培养

融入数学知识的整体脉络中，六个维度并非孤立存在，而是形成相互支撑的有机整体。例如，“开放式问题”为“沟通”提供了讨论素材（如多解法的对比分析）；“联系”为“扩展”奠定了现实基础（如从生活中的比例问题延伸到跨学科的物理速度模型）；“可视化”则为“问题提出”提供了直观工具（如通过函数图像发现新的数量关系）。这种系统性设计使批判性思维的培养不再是“附加任务”，而是与知识学习同步推进的自然过程。其二，学生主体的探究性定位教材始终以学生为中心，通过降低认知门槛、提供多元路径等方式，鼓励学生主动参与批判性思维活动。在“开放式问题”中，即使是基础薄弱的学生也能找到至少一种解法，而能力较强的学生可探索更优策略；在“动手操作”中，学生通过折叠、测量等实践自主发现规律（如立体图形展开图与表面积的关系），而非被动接受结论。这种“低起点、高终点”的设计，确保不同水平的学生都能在批判性思维中获得成长。其三，现实情境的真实性联结。教材通过大量真实生活与跨学科情境，让批判性思维的培养扎根于现实土壤。从“购物找零”“护士手表测脉搏”到“琵琶湖水位变化”，这些情境不仅使数学知识具象化，更引导学生认识到：批判性思维的核心是“合理解决实际问题”——如判断方程解的合理性（价格不能为负）、评估数据模型的适用范围（脉搏测量需均匀状态）。这种“从生活中来，到生活中去”的设计，避免了批判性思维沦为形式化训练。其四，思维过程的显性化引导。教材注重将隐性的批判性思维过程显性化，通过“反思性问题”“解题步骤标注”等方式，引导学生关注“如何思考”而非仅关注“思考结果”。例如，在方程求解后要求标注每一步的依据（等式性质、分配律等），在数据统计后要求说明“为何选择该区间划分频数”。这种设计帮助学生建立“有理有据”的思维习惯，使批判性思维从“无意识行为”转化为“有意识策略”。

1.日本数学教材批判性思维的具体呈现情况

（1）开放式问题：多元探究空间的构建

开放式问题是培养批判性思维的重要载体。日本数学教材打破唯一答案的束缚，鼓励学生从不同角度思考问题，为学生提供了广阔的思维探究空间。

首先，多解决路径：方法的多样性选择。教材在知识呈现中注重展示问题解决的多元路径，引导学生比较不同方法的优劣，培养其思维的灵活性。例如，在“正数与负数的计算”章节中，计算“ $-3+9-5-9$ ”时，教材呈现了两种不同的解题思路：一种是按顺序逐步计算“ $-3+9=6$, $6-5=1$, $1-9=-8$ ”；另一种是通过重组数字简化计算“ $9-3-5-9 = (9-9) + (-3-5) = 0-8=-8$ ”。两种方法均能得到正确结果，但第二种方法通过观察数字特征实现了简化，体现了“优化策略”的思维培养。在几何作图部分，教材引导学生用不同工具和方法绘制垂直平分线：既可以用直尺和圆规按照“分别以线段两端点为圆心画弧，连接交点”的标准步骤作图，也可以通过折纸的方式，将线段两端点重合后压折得到折痕（即垂直平分线）。这种设计让学生认识到，解决问题的方法并非唯一，应根据具体情境选择便捷方式，培养其“方法选择的批判性意识”。其次，存在多个有效解：答案的开放性拓展。教材中部分问题的答案并非唯一，而是存在多个有效解，这种设计旨在打破“标准答案”的思维定式，鼓励学生探索所有可能的合理结果。例如，在“平面图形的运动”章节中，问题“将 $\triangle ABC$ 平移后得到 $\triangle A'B'C'$ ，若点A平移到点A'，请画出 $\triangle A'B'C'$ ”，由于平移的方向和距离未被唯一限定（仅明确一个对应点），学生可以根据不同的平移参数得到多个符合条件的图形，只要满足“对应线段平行且相等”的平移性质即可。在“比例的应用”部分，教材提出问题：“用长度为12cm的铁丝围成一个矩形，求矩形面积的可能值”。学生通过设矩形一边长为 x cm，得到面积 $S=x(6-x)$ ，进而发现当 x 取不同正值时（ $0 < x < 6$ ），面积 S 有无数个可能值，且存在最大值。这种“多解问题”引导学生认识到，数学问题的答案可能是一个范围或一组符合条件的集合，而非单一数值，培养其“结果验证的全面性”。其三，未充分阐述的问题：探究的延续性引导。教材中存在一些“未充分阐述的问题”，即仅提出问题框架或部分结论，留待学生进一步探究，这种设计旨在激发学生的质疑精神和探究欲望。例如，在“反比例函数的图像”章节中，教材呈现了 $y=6/x$ 的图像后提出：“当 x 趋近于0时， y 的值如何变化？当 x 的绝对值无限增大时， y 又如何变化？”该问题未给出明确答案，而是引导学生通过计算 $x=0.1$ 、 0.01 、 10 、 100 等特殊值，观察 y 的变化趋势，进而自主总结反比例函数图像的渐近线特征。在“材料的利用”实验部分，教材记录了纸直升机飞行时间的实验数据后提问：“如果改变纸直升机的机翼宽度，飞行时间会如何变化？请设计实验验证你的猜想”。问题未提供任何提示，要求学生自主设计变量控制方案（如保持机翼长度、机身重量不变，仅改变宽度）、制定数据记录标准，这种“未完成性”问题为批判性思维提供了持续探究的空间。其四，建模：现实问题的数学化转化。

教材强调通过数学建模解决现实问题，引导学生经历“问题抽象—模型构建—验证修正”的过程，培养其对现实问题的批判性分析能力。例如，在“方程的应用”章节中，教材以“购物找零”为情境：“用 2000 日元购买 3 个书签和 1 个 530 日元的书套，找回 600 日元，求一个书签的价格”。学生需要先抽象出数量关系“支付金额-总价=找零”，再建立方程 $2000-(3x+530)=600$ ，最后求解并验证结果的合理性（如 $x=290$ 是否符合实际物价）。在“护士手表的工作原理”中，教材引导学生建立脉搏率与时间的比例模型：“测量 15 次脉搏的时间为 x 秒，1 分钟脉搏率为 y 次，则 $y=900/x$ ”。学生需要理解模型的适用条件（脉搏均匀），并通过实际测量验证模型的误差，培养其“模型合理性的批判性评估”能力。

（2）问题提出：思维引导的层次化设计

问题提出是批判性思维的起点，教材中许多设计都在引导学生从“被动解题”向“主动提问”转变，逐步培养其问题意识。首先，结构化问题：思维的阶梯式引导。结构化问题具有明确的条件和清晰的目标，步骤性较强，主要用于引导学生掌握基础概念和方法，为高阶思维奠定基础。例如，在“正数与负数的加法”章节中，问题“计算 $(-3)+(+5)$ ，并说明理由”属于结构化问题：学生需根据“异号两数相加，取绝对值较大的符号，用较大绝对值减去较小绝对值”的规则，得出结果为 $+2$ ，并解释“因为 $+5$ 的绝对值 (5) 大于 -3 的绝对值 (3) ，所以结果为正， $5-3=2$ ”。在“一元一次方程的解法”中，问题“解方程 $3(x-2)=6$ ，并写出每一步的依据”同样具有结构化特征，学生需按照“去括号—移项—合并同类项—系数化为 1”的步骤依次操作，并标注每一步的依据（如“乘法分配律”“等式性质 1”等）。这种设计通过明确的步骤引导，培养学生“逻辑推理的严谨性”。其次，半结构化问题：探究的自主性拓展。半结构化问题给出核心情境或目标，但具体解决路径和条件需学生自主补充，这种设计为学生提供了一定的自主探究空间。例如，在“空间图形的视图”章节中，问题“给出一个立体图形的正视图和俯视图，画出可能的侧视图”属于半结构化问题：正视图和俯视图仅限定了立体图形的部分特征，学生需通过想象补充立体图形的可能结构，再画出侧视图，不同的立体结构会对应不同的侧视图。在“数据的收集与分析”部分，教材提出问题：“调查班级同学的每日睡眠时间，分析睡眠时长与学业成绩的关系”。问题明确了研究主题，但数据收集方法（问卷、访谈）、成绩衡量标准（平均分、等级）、分析工具（频数分布表、直方图）等均需学生自主确定，这种“半开放”设计培养了学生“问题规划的自主性”。其三，自由问题：思维的开放性创新。自由问题不设定具体条件和目标，完全由学生自主发现问题、提出问题并解决问题，是培养创新思维和批判性意识的最高层次。例如，在“数学与生活”拓展栏目中，教材提出“观察你身边的建筑，找出其中包含的几何图形，并分析这些图形的稳定性或美观性”。学生需要自主选择观察对象（如教学楼、桥梁）、确定分析维度（如三角形的稳定性、对称图形的美观性）、设计分析方法（测量、对比、推理）。在“比例与反比例”章节的实践活动中，教材要求学生“选择生活中的一组相关量（如速度与时间、单价与数量），判断它们是正比例还是反比例关系，并说明理由”。学生需自主发现生活中的数学关系，提出假设并验证，这种“无框架”问题设计，鼓励学生打破思维局限，培养其“发现问题的敏锐性”。

（3）联系：知识网络的关联性构建

知识的关联性是批判性思维的重要基础，教材帮助学生构建完整的知识网络，培养其“知识迁移与综合应用”的能力。首先，现实生活：数学的应用性链接。教材注重将数学知识与现实生活紧密联系，通过生活情境的引入，让学生认识到数学的实用性，同时培养其用数学眼光分析现实问题的批判性思维。例如，在“正数与负数”章节中，教材以“富士山海拔 3776m”和“琵琶湖深度-9780m”（低于海平面）为例，说明正数和负数在表示“相反意义的量”中的应用；以“天气预报中旭川的温度-6°C”说明负数在表示“低于 0°C”时的意义。在“方程的应用”中，教材引入“购物找零”“行程问题”“分配问题”等生活情境：如“用 5000 日元购买 6 个单价为 x 日元的笔记本，剩余金额为 $5000-6x$ 日元”，让学生理解代数式的实际意义；如“哥哥和弟弟的身高差为 4cm，若弟弟身高为 b cm，则哥哥身高为 $b+4$ cm”，让学生体会方程在表示数量关系中的作用。这种“生活链接”培养了学生“用数学模型解释现实的批判性意识”。其次，跨学科：知识的综合性整合。教材打破学科壁垒，通过跨学科联系拓展数学的应用场景，培养学生综合运用知识解决复杂问题的能力。在“比例的应用”中，教材结合物理学中的“速度公式”，提出问题：“一辆车以 60km/h 的速度行驶，行驶 x 小时的路程为 y km，则 $y=60x$ ，判断 y 与 x 是否成正比例”，将数学中的比例关系与物理中的匀速运动相结合。在“脉搏测量与护士手表”中，教材结合生物学知识，解释“护士手表通过测量 15 秒脉搏数计算 1 分钟脉搏率”的原

理：若 15 秒内脉搏数为 18 次，则 1 分钟脉搏率为 72 次，其本质是“15 秒与 60 秒的比例为 1:4”。这种跨学科设计让学生认识到，数学是解决其他学科问题的工具，培养其“知识整合的批判性思维”。在“琵琶湖水位变化”中，教材结合地理学知识，分析“1994 年干旱期间琵琶湖水位下降 2cm/天，6 天后水位变化为 -12cm”，既应用了负数的乘法 ($-2 \times 6 = -12$)，又解释了地理现象中的数学规律，体现了“数学作为科学语言”的跨学科价值。其三，数学主题：知识的系统性衔接。教材注重数学内部不同主题之间的联系，帮助学生构建完整的知识体系，培养其“知识结构的批判性认知”。例如，在“平面图形的面积”与“空间图形的体积”之间，教材通过“将正方体展开为平面图形”的活动，建立“立体图形表面积”与“平面图形面积之和”的联系，让学生理解“空间问题可以转化为平面问题解决”。在“方程”与“函数”的衔接中，教材通过“ $2x+3=7$ ”与“ $y=2x+3$ ”的对比，说明“方程是函数值为特定值时的求解”，帮助学生认识到两者的内在一致性。在“比例”与“相似图形”的联系中，教材指出“相似图形的对应边成比例”，将代数中的比例关系与几何中的图形变换相结合，体现了数学知识的系统性。

（4）可视化：思维过程的直观化呈现

可视化是数学思维的重要表达形式，教材将抽象的数学知识转化为直观的形象，帮助学生理解知识本质，培养其“直观与抽象结合”的批判性思维。首先，绘图：抽象知识的形象化转化。教材鼓励学生通过绘图表达数学概念和问题，将抽象的数量关系或空间结构转化为直观图形。在“数轴与正负数”中，学生需要在数轴上标出 -3、+2.5 等数的位置，通过“数轴上右边的数总比左边的数大”的直观特征，理解正负数的大小关系。在“函数图像”章节，教材要求学生绘制 $y=2x$ 和 $y=6/x$ 的图像，通过观察图像的“直线”与“双曲线”特征，直观理解正比例函数与反比例函数的差异。在“几何证明”中，学生需根据文字描述画出辅助线（如连接三角形两边中点的中位线），将文字信息转化为图形信息，培养其“图形语言与文字语言转化的批判性思维”。其次，动手操作：实践体验的感知性深化。教材强调通过动手操作理解数学知识，让学生在实践中感知数学原理，培养其“实践验证的批判性意识”。在“立体图形的展开”中，学生通过折叠平面展开图制作正方体、圆柱体，在操作中理解“立体图形的表面积等于展开图的面积之和”。在“纸直升机实验”中，学生亲手制作机翼长度分别为 5cm 和 7cm 的纸直升机，从 2m 高度下落并记录飞行时间，通过实践验证“机翼长度影响飞行时间”的假设，这种“动手操作—数据收集—结论分析”的过程，培养了学生“实验探究的批判性思维”。在“图形的对称性”中，学生通过折叠正方形纸，观察折痕形成的对称轴，理解“正方形有 4 条对称轴”的性质，这种操作让抽象的“对称性”变得可感知，增强了知识的直观性。其三，技术集成：工具辅助的精确性提升。教材适当引入技术工具（如计算器、几何软件），辅助学生进行精确计算和复杂图形绘制，培养其“工具使用的批判性选择”。在“大数计算”中，教材允许使用计算器计算“ $(-0.3) \times (-0.02) \div 0.6$ ”等复杂小数运算，让学生专注于运算规则的应用而非计算过程，提高效率。在“几何图形的动态变换”中，教材建议使用几何软件（如 GeoGebra）绘制三角形，并动态演示其平移、旋转过程，观察对应点、对应线段的变化规律，这种技术工具的应用让抽象的“变换”过程可视化，帮助学生理解变换的性质。同时，教材强调“技术工具是辅助手段，而非替代思考”，引导学生在使用工具时保持对结果的验证意识。

（5）扩展：思维深度的进阶性提升

扩展是批判性思维的深化路径，教材引导学生从具体知识向高阶思维进阶，培养其“深度思考与创新”的能力。首先，具有挑战性的问题：思维难度的阶梯式提升。教材设置了一些超出基础要求的挑战性问题，旨在拓展学生的思维边界，培养其“复杂问题解决的批判性思维”。例如，在“一元一次方程的应用”中，问题“一个两位数，十位数字与个位数字的和为 8，交换两位数字后得到的新数比原数大 18，求原数”，需要学生设十位数字为 x ，个位数字为 $8-x$ ，建立方程 $[10(8-x)+x] - [10x+(8-x)] = 18$ ，求解过程涉及多重代数运算，比基础应用题更具挑战性。在“圆与扇形”章节中，问题“已知扇形的弧长为 $6\pi\text{cm}$ ，半径为 6cm，求扇形的面积”，需要学生先通过弧长公式求出圆心角 ($n=180^\circ$)，再代入面积公式计算，涉及多个公式的综合应用，培养了学生“知识串联的批判性思维”。其次，概括和抽象：从具体到一般的思维跃迁。教材注重引导学生从具体实例中概括抽象出一般规律，培养其“归纳推理的批判性思维”。例如，在“正比例函数”中，教材呈现“ $y=3x$ 、 $y=-2x$ ”等具体函数，引导学生观察图像特征（过原点的直线）、变化规律（ y 随 x 的增大而增大或减小），进而概括出“正比例函数 $y=kx$ ($k \neq 0$) 的图像是过原点的直线，当 $k > 0$ 时 y 随 x 增大而增大，当 $k < 0$ 时相反”的一般性质。在“乘法分配律”的推广中，教材从“ $3(x+2)=3x+6$ ”等具体例子，抽象出

“ $a(b+c)=ab+ac$ ”的代数公式，并进一步扩展到负数情形“ $-2(x-3)=-2x+6$ ”，让学生认识到运算律的一般性，培养其“从特殊到一般的批判性概括”能力。

（6）沟通：思维碰撞的互动性设计

沟通是批判性思维的重要表现形式，教材引导学生表达观点、倾听他人、反思自我，培养其“多元视角与自我修正”的能力。首先，小组合作：思维碰撞的互动性生成。教材设置了大量小组合作任务，鼓励学生在讨论中交流思想、碰撞观点，培养其“合作中的批判性思维”。例如，在“数据的收集与分析”中，小组需共同完成“调查班级同学的每日运动时间，并绘制频数分布表”的任务：成员需分工负责问卷设计、数据收集、数据整理、图表绘制，在过程中讨论“如何确保数据的客观性”“如何划分数据区间更合理”等问题，不同观点的碰撞有助于形成更科学的方案。在“几何证明”中，小组合作解决“证明三角形内角和为 180° ”的问题，成员可能提出不同的证明思路（如过顶点作平行线、剪拼三个角成平角等），通过交流比较，认识到不同方法的逻辑严谨性，培养其“观点评估的批判性思维”。其次，反思性问题：自我认知的批判性提升。教材通过反思性问题引导学生回顾学习过程，评估自身理解程度，培养其“自我反思的批判性思维”。例如，在每章结束时，教材设置“整理你的想法”栏目，要求学生回答：“本章学习的主要内容是什么？”“哪些问题你还没有完全理解？”“如何将本章知识应用到生活中？”这种自我提问有助于学生发现知识漏洞，及时调整学习策略。在“方程求解”后，教材提出反思问题：“你在解方程时经常出错的步骤是什么？原因是什么？如何避免？”引导学生总结易错点（如移项未变号、去括号漏乘系数），培养其“自我纠错的批判性意识”。

2. 总结

日本数学教材对批判性思维的呈现，既体现了对数学学科“严谨性、逻辑性、应用性”本质的坚守，也展现了对“培养具有独立思考与创新能力的人”这一教育目标的回应。其整体设计以“问题”为核心纽带，通过开放式问题构建多元探究空间，通过层次化问题提出引导思维进阶，通过多维度联系拓展知识边界，通过可视化手段降低思维门槛，通过扩展性设计深化思维深度，通过沟通环节促进思维碰撞，形成了一套兼顾“知识习得”与“思维发展”的完整体系。从实践效果来看，这种设计打破了传统数学教材“重结论、轻过程”“重计算、轻思考”的局限，使批判性思维的培养从“隐性要求”转化为“显性活动”。学生在解决多路径问题时学会权衡方法优劣，在联系生活情境时学会评估模型合理性，在小组合作中学会倾听多元观点，在反思总结中学会修正思维偏差——这些过程正是批判性思维“质疑、分析、评估、创新”核心要素的具体体现。

然而，教材仍有提升空间。首先，自由问题的比例与深度不足。尽管教材包含“自由问题”（如“观察建筑中的几何图形”），但整体占比仍较低，结构化与半结构化问题仍是主导。多数自由问题缺乏具体引导框架，可能导致部分学生不知如何入手，难以真正激发自主探究的深度。若能增加“问题提示脚手架”（如“可从对称性、稳定性两个维度分析”），可降低探究门槛，提升自由问题的有效性。其次，跨学科联系的深度有限。教材虽涉及数学与物理、地理等学科的联系，但多停留在“工具应用”层面（如用比例计算速度），未深入到“学科思维融合”层面。例如，在“脉搏测量”中，仅强调比例计算，却未引导学生思考“生物学中脉搏的个体差异对数据准确性的影响”，这种浅层次整合难以培养学生应对复杂问题的批判性思维。同时，技术工具的批判性使用引导不足。教材提到计算器、几何软件等技术工具的使用，但未强调“技术结果的验证意识”。例如，用计算器计算负数乘法时，未引导学生通过手动验算确认结果（如 $(-2) \times (-3) = 6$ 是否符合“负负得正”规则）；用软件绘制函数图像时，未讨论“图像缩放对趋势判断的影响”。这种设计可能使学生过度依赖技术，忽视对结果合理性的批判性评估。

总而言之，批判性思维的培养并非简单的“内容叠加”，而需要在“开放与规范”“自主与引导”“具体与抽象”之间找到动态平衡：既需给予学生足够的探究自由，又需通过适度引导避免思维迷失；既需扎根现实情境，又需超越具体问题实现思维迁移；既需利用技术工具提高效率，又需强调“人机协同”中的人文判断。综上，日本初中数学教材为批判性思维的教材呈现提供了可借鉴的范式。因此，批判性思维的培养应融入数学教学的每一个环节，成为知识传递的“自然伴随物”；唯有让学生在真实的问题解决中经历“困惑—探究—验证—反思”的完整过程，才能真正培养出“能用数学思维批判性分析世界”的能力，这也正是数学教育在核心素养时代的核心价值所在。

（三）美国数学教材

对美国中学数学教材《Reveal Math Course 1》第一、二册（共 20 个模块，116 个课时）进行了全面分

析，教材具备灵活性、独创性与流畅性三个特征。教材编排的灵活性体现在通过多种方法和数学表征来呈现同一概念。在全部 116 个课时中，有 83 个课时（占比 71.6%）在核心知识讲解和例题部分明确展示了两种或以上的解题策略。呈现方式主要是，首先多种模型对比：教材系统地使用多种视觉模型来解决问题。如在解决比例问题时，反复使用条形图 (Bar Diagrams) 、双数轴 (Double Number Lines) 、等价比例表 (Equivalent Ratios) 和方程等多种工具，并引导学生进行比较。其次，明确的多方法教学：许多课时都包含“方法一 (Method 1)”和“方法二 (Method 2)”的并列讲解，如：第一册 1-6 课：在进行单位换算时，同时展示了“使用条形图”和“使用单位比例和等价比例”两种方法。第一册 2-4 课：在“求一个数的百分比”时，系统地介绍了使用条形图、比例表、等价比例和双数轴四种不同的方法。第一册 3-3 课：在“整数除以分数”时，并列展示了“使用视觉模型”和“使用方程”两种方法。其三，启发式提问：教材中的“说一说 (Talk About It!)”板块频繁提问“你能用另一种方法解决这个问题吗？(Can you solve this rate problem another way?)”，直接鼓励学生探索策略的灵活性。教材主要通过每课练习中的“应用 (Apply)”板块来培养学生的思维独创性和流畅性。该板块并非简单的知识点重复练习，而是设置了大量需要高阶思维的开放性任务。在教材第一卷的 116 个课时中，每个课时后的“应用 (Apply)”部分都包含 3-4 个开放性问题。据统计，116 个课时中总共包含 452 个此类问题，平均每课时约 3.9 个。这些开放性问题在“应用 (Apply)”板块的习题中占有极高的比例，通常达到 60% 以上。如在第一册 1-2 课的“应用”部分（共 5 道题），有 4 道是开放性问题，占比 80%。呈现方式主要是，首先创造 (Create)：明确要求学生根据所学知识创造一个真实世界的问题。这直接锻炼了独创性，且学生创造出的问题几乎是无限的，体现了流畅性。其次，论证与辩护 (Construct an Argument / Justify Conclusions)：要求学生不仅仅给出答案，更要构建一个数学论点来证明其结论的合理性。其三，错误分析 (Find the Error)：要求学生识别并纠正一个错误的解题过程，这需要学生具备批判性思维和清晰的逻辑重构能力。最后，高阶推理 (Reason / Persevere / Conjecture)：包含“归纳推理”、“抽象推理”、“毅力解题”、“做出猜想”等多种类型的任务，引导学生进行深度思考，解决非常规问题。

1. 美国数学教材批判性思维的具体呈现情况

(1) 开放式问题 (Open-Ended Questions)

开放式数学问题涉及具有不确定组成部分的情况或问题，如过程、答案，甚至问题本身不确定，与具有单一解决方案的问题形成对比，强调通过设置非唯一解或非唯一路径的问题来激发学生的思维广度与深度。首先，多解决路径 (Multiple Solution Paths)。在全部 116 个课时中，有 83 个课时（占比 71.6%）在核心教学部分明确呈现了多种解题方法。呈现方式系统性地采用“方法一 (Method 1)”、“方法二 (Method 2)”等形式并列展示不同策略。如在“求一个数的百分比”（第一册 2-4 课）中，教材甚至展示了四种方法：条形图、比例表、等价比例和双数轴。此外，几乎每节课的“说一说 (Talk About It!)”板块都会提问“你能用另一种方法解决吗？(How can you solve this problem another way?)”，直接鼓励学生进行发散性思考。其次，多个有效解 (Multiple Valid Solutions)。每节课的“应用 (Apply)”板块中平均包含 1-2 个要求学生自主创造的问题，这类问题允许无限多的有效解。呈现方式以“创造 (Create)”和“写一个真实世界问题 (Write a real-world problem)”为标志的习题，要求学生基于所学概念编写自己的问题。如第一册 4-3 课要求学生“写一个比较两个负整数的真实世界情景”。

(2) 问题提出 (Problem Posing)

问题提出这一维度则涉及在分析情况后提出问题，包括结构化、半结构化和自由，鼓励学生不只作为解题者，更要成为问题的提出者。首先，建模 (Modeling)。作为教材的核心教学策略，建模贯穿始终。呈现方式是学生被要求持续将情景数学化，创建数学模型。如用条形、比例表、坐标图等方式来表示和解决问题。其次，结构化/半结构化/自由问题 (Structured/Semi-structured/Free Questions)。每节课的“应用 (Apply)”板块都包含此类问题，平均每课时约 3-4 个。呈现方式主要通过“错误分析 (Find the Error)”、“做出猜想 (Make a Conjecture)”和“创造 (Create)”等形式呈现。例如，“错误分析”要求学生在给定条件下通过改变或重构解题过程来提出新的正确路径。“创造”问题则为学生提供了最自由的问题提出空间，鼓励他们基于生活经验提出全新的、个性化的问题。

(3) 联系 (Connections)

联系纬度包括现实生活中的、跨学科的或与其他数学主题相关的任务，强调建立数学与现实生活、其

他学科以及不同数学概念间的联系。首先，现实生活 (Real-Life)。超过 90%的例题和习题都基于现实生活情境。呈现主题涵盖购物、烹饪、运动、金融、地理等。每节课开头的“应用(Apply)”大题均为一个完整的生活情境分析题。其次，跨学科 (Cross-Curricular)。教材有意识地融入了多学科内容。呈现方式包含“数学史小知识 (Math History Minute)”板块介绍数学家的故事，并将问题情境与科学（如生物学中的心跳速率、天文学中的星球半径）、地理（如海拔高度）等结合。其三，数学主题 (Mathematical Topics)，它是教材结构的核心。呈现方式主要通过模块化设计，将不同但相关的数学概念紧密联系。如第一册第 4 模块将整数、有理数、绝对值和坐标平面联系起来，第一册 4-7 课则要求学生综合运用坐标和绝对值来解决距离问题。

(4) 可视化 (Visualization)

可视化纬度指促使学生创造性地表达数学概念，包括动手操作、绘图和技术，强调通过视觉化工具来促进概念理解和解题。首先，绘图 (Drawing)。几乎每一页的教学内容都配有视觉化图表。呈现方式是大量且系统地使用条形图 (Bar Diagrams)、双数轴 (Double Number Lines)、10x10 网格 (10x10 Grids) 和坐标平面 (Coordinate Plane) 作为核心教学工具，帮助学生将抽象的数学关系具象化。其次，动手操作 (Hands-on Manipulation)。动手操作的提示在教材中周期性出现。呈现方式是教材特有的“Foldables”可折叠学习工具，要求学生在每个模块学习后亲手制作和填写三维的图形组织器，是一种典型的动手操作学习活动。其三，技术集成 (Technology Integration)。每节课都包含技术集成元素。每课均有“Go Online”提示，引导学生使用线上互动内容。此外，明确提及使用“Web Sketchpad”等动态几何工具进行探索，并提供在线动画、个人导师视频和电子工具等数字化资源。

(5) 扩展 (Extension)

扩展任务，包括概括和抽象，涉及从可观察的模式中推断规则、猜想或模型，即通过挑战性问题和归纳抽象活动，引导学生进行深度思考。首先，具有挑战性的问题 (Challenging Problems)。每节课的“应用(Apply)”板块都包含至少一个此类问题。这些问题被明确标记为“毅力解题 (Persevere with Problems)”，通常需要多步骤或非常规的思维路径才能解决。如第一册 1-8 课要求学生综合运用比例和单位换算解决一个复杂的水果摊购买问题。其次，概括和抽象 (Generalization & Abstraction)。每节课的“应用(Apply)”板块都包含此类问题。这些问题被明确标记为“归纳推理 (Reason Inductively)”或“抽象推理 (Reason Abstractly)”，引导学生从具体例子中发现规律，并形成更具普适性的结论或规则。

(6) 沟通 (Communication)

沟通这一呈现方式对创造力至关重要，它要求学生明确地将自己的数学思想传达给同学和老师，包括小组协作和反思性问题，强调通过合作与反思来深化理解和清晰表达数学思想。首先，小组合作 (Small Group)。教材在多个环节鼓励同伴互动。每节课的“说一说 (Talk About It!)”板块和“应用 (Apply)”大题中“与同伴讨论 (Discuss these questions with a partner)”环节都明确指示学生进行小组或两人沟通。其次，反思性问题 (Reflective Questions)。它是教材练习体系的支柱，平均每课时出现 2-3 个。主要以“论证/辩护 (Construct an Argument / Defend your solution)”、“证明结论 (Justify Conclusions)”和“解释你的推理 (Explain your reasoning)”等形式出现，要求学生不仅给出答案，更要用清晰的语言阐释其思维过程。

2. 总结

综合以上分析，《Reveal Math Course 1》第一、二卷教材在培养学生的创造性思维方面有着系统且明确的设计。首先，系统性与整合性。教材并非孤立地设置创造力训练，而是将六大维度的元素系统地整合在“学习-探索-应用-反思”的教学闭环中。其次，优势维度。可视化、联系和沟通是本书最为突出的三大支柱。可视化工具是其核心教学语言；与现实生活的紧密联系使其数学充满意义；而贯穿始终的讨论与论证环节则强调了数学的社会性与逻辑表达。最后，实践导向。开放式问题、问题提出和扩展三个维度则更多地体现在“应用(Apply)”和高阶思维练习中，引导学生从知识“消费者”转变为知识的“生产者”和探索者。

表 8 美国教材的创造性思维呈现情况

维 度 (Dimension)	主 要 体 现 方 式 (Primary Manifestation)	频次/特征 (Frequency/Characteristics)	典 型 案 例 / 页 码 (Typical Example/Page Number)
开放性问题	多方法教学；创造性习题	71.6%的课时呈现多种解法；每课均有“Create”类问题	第一册 2-4 课呈现 4 种解法；“Create”问题

问题提出	数学建模；错误分析；创造性问题	建模贯穿全书；每课均有“Find the Error”和“Create”	用条形图建模；错误分析
联系	现实生活情境；跨学科内容；数学主题融合	90%以上习题基于现实；包含科学、历史等内容	购物应用题；数学史小知识
可视化	图表（条形图、数轴、坐标系等）；动手操作；技术集成	图表遍布全书；“Foldables”学习工具；线上互动资源	条形图教学；Foldables；Web Sketchpad
扩展	具有挑战性问题；归纳与抽象	每课均有“Persevere with Problems”和“Reason Inductively”类问题	“Persevere with Problems”；“Reason Inductively”
沟通	小组讨论；反思性写作	每课均有“Talk About It!”和“Discuss with a partner”；大量“Justify”和“Argue”类问题	“Talk About It!”；“Write an Argument”

五、三国教材比较分析

创造性思维的培养是现代数学教育的核心目标之一。数学教材作为教学活动的主要载体，其内容设计与编排方式对学生创造性思维的发展起着决定性作用。本部分基于 Bicer 等人提出的创造性思维分析框架，聚焦“开放式问题”、“问题提出”“联系”“可视化”“扩展”和“沟通”六个关键维度，对中国、日本和美国的七年级数学教材进行深入的比较分析，旨在揭示三国教材在激发学生思维流畅性、灵活性与独创性方面的设计异同。

（一）开放式问题：从“唯一答案”到“多元探索”的路径分野

开放式问题通过打破传统封闭式问题的“单一路径、单一答案”模式，为学生提供广阔的思维发散空间，是培养创造性思维流畅性与灵活性的关键。中、日、美三国教材均认识到其重要性并有所体现，具体表现为，三国教材均在不同程度上引入了鼓励学生探索多种解题方法或思考多种可能答案的问题。这表明，引导学生摆脱“标准答案”的束缚，认识到解决数学问题的路径并非唯一，已成为全球数学教育改革的共识。无论是中国教材的“一题多解”，日本教材的“多解决路径”，还是美国教材系统性的“多方法教学”，其根本目的都在于激发学生思维的灵活性，鼓励他们从不同角度审视和解决问题。

尽管目标一致，但三国教材在开放式问题的具体实施，在设计理念、融入程度和呈现方式上存在差异，反映了不同的教育哲学与课程设计思路。

中国（人教版）的教材呈现出补充与拓展定位下的“点状”渗透特征。在设计策略上，中国教材对开放式问题的设计呈现出典型的“点状”分布特征，主要集中于章节末尾的“拓广探索”等拓展性栏目中。这种编排方式使其功能定位更偏向于对学有余力学生的思维拔高与补充，而非贯穿于核心知识教学的常态化工具。同时，教材类型划分清晰。教材中的开放性问题被明确划分为“一题多解”、“条件开放”和“结论开放”三类。根据附件资料统计，七年级教材中此类问题累计出现 25 例，占拓展类问题的 37%。这种清晰的分类有助于教师识别和应用，但也可能在一定程度上固化了学生对“开放”形式的认知。例如，第 102 页的“利用相交线设计测量方案”任务，要求学生利用光学反射原理设计地面高度测量工具。教材提供了量角器、标杆等工具提示，但未限定具体方法。这一“条件开放”型问题，鼓励学生综合运用几何与物理知识，探索多种可行的测量方案，有效指向了跨学科的创新思维。然而，此类高质量的开放任务多作为章节的“压轴”环节出现，其在日常教学中的覆盖率和应用频率相对有限。

日本的教材则是融入教学过程的“探究式”引导。在设计策略上，日本教材倾向于将开放式问题有机地融入知识的生成和探索过程中，强调思维过程的体验。教材通过设置“多解决路径”、“存在多个有效解”和“未充分阐述的问题”，引导学生在比较、辨析和追问中深化理解。同时，日本教材强调方法比较与思维延续。其不仅展示多种解法，更引导学生思考不同方法的优劣。同时，通过“未充分阐述的问题”激发学生持续探究的欲望，将问题的解决过程延伸为新知识的发现过程。例如，教材中提到“用长度为 12cm 的铁丝围成一个矩形，求矩形面积的可能值”这一问题，引导学生发现答案并非一个定值，而是一个存在最大值的变化范围，从而打破“唯一解”的思维定式。

而美国教材强调系统化与常态化的“结构性”整合。在设计策略上，美国教材将开放式问题的理念贯彻

到了整个教学体系的“基因”之中，实现了高度的系统化和常态化。其核心教学部分普遍采用多方法、多模型展示，而课后练习则以开放性任务为主体。同时，美国教材中他的数量与占比优势显著。据分析，教材中 71.6% 的课时在核心讲解中明确展示了两种或以上的解题策略。每课后的“应用（Apply）”板块平均包含 3-4 个开放性问题，占比通常高达 60% 以上。这种高频率、高占比的编排，使得创造性思维的训练成为每节课的“标配”，而非“选配”。例如，在“求一个数的百分比”（第一册 2-4 课）这一知识点上，教材系统地介绍了使用条形图、比例表、等价比例和双数轴四种不同的方法，并引导学生比较其异同。在练习中，除了常规计算，还频繁出现“你能用另一种方法解决这个问题吗？”、“创造一个关于百分比的真实世界问题”等指令，将思维的灵活性（多策略）和独创性（自主创造）训练落到实处。

三国教材在开放式问题设计上的差异，实质上反映了其对创造性思维培养定位的不同。中国教材视之为对基础知识的“拓展与深化”，日本教材将其作为引导知识“探究与发现”的工具，而美国教材则将其构建为数学学习的“核心活动与基本要求”。

（二）问题提出：从“解题者”到“创题者”的角色转变

“问题提出”被认为是创造性思维活动的核心。引导学生从被动地解决问题转向主动地发现和提出问题，是培养其创新意识和批判性思维的关键一步。三国教材都强调数学建模（Modeling）的重要性，即引导学生将现实情境或给定信息转化为数学问题。无论是中国教材要求学生“结合校园生活设计问题”，日本教材引导学生建立“护士手表测脉搏”的比例模型，还是美国教材贯穿始终的“情景数学化”训练，都体现了将学生置于一个需要分析、抽象并提出可解问题的过程之中。建模活动本身就是一种结构化或半结构化的问题提出过程，是培养学生问题意识的共同基础。

不过，三国教材在此维度的设计上，同样展现了从结构化引导到自由创造的不同层次和策略，尤其是在引导策略与自由度上存在层级差异。

中国（人教版）教材通常是置于高阶活动中的“命题式”任务。在引导策略上，中国教材中的“问题提出”任务通常作为“创新突破”层级的活动出现，尤其是在每章末的“数学活动”栏目中。其形式多为要求学生“自编”或“设计”一个符合特定数学概念的现实问题。这种方式给予了学生较高的创造自由，但由于其定位在知识学习的后端，更像是一个综合应用与检验学习成果的“项目式”任务。根据附件资料，此类创新任务在“数学活动”栏目中占比高达 80%，显示了其作为高阶能力培养载体的重要性。例如，第 111 页的数学活动，明确要求学生“结合校园生活设计（一元一次方程）问题，并说明方程的实际意义”。这个任务驱动学生将抽象的方程模型与具体的、个性化的生活经验进行创造性联结，从知识的被动接受者转变为自主的“命题人”。

日本则更强调层次分明的“进阶式”引导。日本教材在问题提出上构建了一个从“结构化”到“自由”的清晰层次。它通过不同类型的问题设计，逐步放开限制，引导学生从模仿、改写走向独立创新。例如，通过要求学生解释解题步骤的依据（如解方程的每一步），培养其“有理有据”的思维习惯，这是提出逻辑严谨问题的前提。或者给出部分条件或目标，要求学生补充和完善。例如，“给出一个立体图形的正视图和俯视图，画出可能的侧视图”，学生需要基于不完全信息进行推理和创设。在“数学与生活”等栏目中，提出完全开放的探索任务，如“观察你身边的建筑，找出其中包含的几何图形，并分析其特性”，鼓励学生自主发现和定义问题。这种“脚手架”式的设计，使得问题提出的训练贯穿于不同难度和类型的学习活动中，既保证了基础薄弱学生可以参与，也为高水平学生提供了创新空间。

美国更多是融入练习体系的“指令式”常规训练。美国教材将问题提出的训练系统地融入每节课的练习体系中，通过明确的指令性任务（如 Create, Find the Error, Make a Conjecture）使其成为一种常规思维体操。教材中问题提出的形式多样且高度整合，包括“创造（Create）”、“错误分析（Find the Error）”、“做出猜想（Make a Conjecture）”。每节课的“应用”板块平均包含 3-4 个此类问题，使其成为学生日常学习不可或缺的一部分。

可见，在“问题提出”维度，三国教材都试图引导学生超越解题本身，但其路径和侧重各不相同。中国教材将其作为一种综合性的、高阶的“项目活动”；日本教材则构建了一个层次化的、循序渐进的“能力阶梯”；而美国教材则将其分解为多样化的、可常规训练的“思维技能”。这种差异反映了对“如何培养问题提出能力”的不同理解：是将其作为一种终极目标，还是一个可分解、可训练的过程。

（三）联系：在“真实与融通”中构建有意义的数学

创造性思维并非空中楼阁，它根植于对知识的深刻理解和灵活运用。建立数学与现实生活、其他学科以及数学内部不同主题之间的联系，是赋予数学学习意义、激发学生迁移和创新能力的基础。将数学知识置于真实的生活情境中，是三国教材共同的编写理念。无论是中国教材的“防汛水位监测”，日本教材的“购物找零”、“护士手表”，还是美国教材中超过90%基于现实情境的例题和习题（如烹饪、运动、金融），都旨在让学生感受到数学的无处不在和实用价值。这种设计不仅降低了学生对抽象数学的畏惧感，更重要的是培养了他们用数学眼光观察世界、用数学思维解决实际问题的能力，这是创造性思维在现实世界中最重要的体现。

不过，三国教材联系的广度、深度和侧重点有所不同。

中国教材侧重传统领域与实践应用的“实用型”联系。中国教材的跨学科融合主要集中在工程应用、艺术设计和社会科学等传统领域。例如，“利用平移旋转设计文化墙图案”结合了数学与艺术，“校园垃圾分类调查”结合了数学与社会科学。教材强调通过“数学活动”和实践任务，让学生在“做数学”中体会知识的联系与应用。例如，“制作可展开的立体模型”任务，要求学生将二维的视图与三维的实体联系起来，并在动手操作中验证空间构想。然而，附件资料也指出，其对生物遗传概率、经济模型等新兴领域的涉及较少，跨学科情境的复杂性有待深化。例如，第124页以防洪水位监测为背景，要求学生运用正负数表示水位变化并制定应急预案。这个案例成功地将数学概念（正负数）与一个具有社会意义的工程应用场景（防洪）联系起来，要求学生进行决策，而不仅仅是计算。

日本教材则兼顾生活、学科与内部结构的“网络化”联系。日本教材在构建联系上展现了更广的覆盖面，不仅紧密联系现实生活，还有意识地进行跨学科整合，并系统地梳理数学内部各主题的联系。如结合物理（速度公式）、生物（脉搏测量）、地理（琵琶湖水位变化）等，让学生认识到数学是解决其他学科问题的“通用语言”。同时注重知识的系统性衔接，如通过展开图建立“空间图形表面积”与“平面图形面积”的联系，通过对比“方程”与“函数”揭示两者的内在一致性。当然，日本教材的联系不仅停留在“应用”层面，更深入到“思维融合”层面。例如，在“脉搏测量”中，学生不仅要应用比例，还要思考模型的适用条件（脉搏均匀），培养对模型合理性的批判性评估能力。

美国教材强调情境驱动与多维融合的“沉浸式”联系。美国教材的“联系”维度表现得极为强势和全面。现实生活情境是其教学的默认背景，而非点缀。跨学科内容被有意识地融入，如“数学史小知识(Math History Minute)”板块和与科学、地理等结合的问题情境。教材通过模块化的结构设计，将不同但相关的数学概念（如整数、有理数、绝对值、坐标平面）紧密地组织在一起，形成知识簇。学生在解决一个复杂问题时，往往需要综合运用多个模块的知识。例如，第一册4-7课要求学生综合运用坐标和绝对值来解决距离问题。这种设计使得知识的联系不再是线性的，而是网状的、立体的，学生在解决问题的过程中自然而然地构建起融会贯通的知识体系。

总之，在“联系”维度的构建上，三国教材都以现实生活为基点，但各有侧重。中国教材的联系体现了“学以致用”的实践导向，强调在具体任务中综合应用知识；日本教材致力于构建一个横向（跨学科）与纵向（数学内部）交织的“知识网络”，强调知识的系统性与内在逻辑；美国教材则通过“情境驱动”和“模块化整合”，为学生创造了一个需要不断调用和融合不同知识来解决问题的“沉浸式”学习环境。

（四）可视化设计：“从抽象到直观”的方式整合

在可视化设计方面，三国教材均注重将抽象的数学概念转化为直观的表征形式，但在具体实现路径上存在显著差异。中国教材侧重于通过实物模型与实践活动促进空间想象与几何理解，例如在“制作可展开的立体模型”任务中，学生需依据三视图反推实体结构，并通过剪纸拼接验证空间构想，体现了“做数学”的实践导向。日本教材则更强调绘图与符号系统的系统化运用，如在数轴上标出正负数的位置、通过折纸理解对称性等，其符号标志系统（如“交谈”“总结”“应用”图标）贯穿全书，形成了一套稳定的视觉引导语言。美国教材《Reveal Math》在可视化方面表现最为系统与多元，几乎每一页都配有条形图、双数轴、坐标平面等视觉工具，并融合了“Foldables”立体学习工具与“Web Sketchpad”等数字平台，强调技术集成与动态交互，使数学关系具象化、可操作化。

总体而言，三国教材在可视化设计上均体现出“从抽象到直观”的教学理念，但中国教材更偏向传统手工与实物操作，日本教材注重符号与图示的系统整合，美国教材则在高技术支持与多模态呈现方面更为突

出。

(五) 扩展任务：通过“挑战性问题”提升思维深度

在扩展任务的设计上，三国教材均设有超越基础知识的挑战性问题，旨在引导学生进行深度思考与抽象概括，但在任务类型与认知要求上有所不同。中国教材通过“基础巩固—变式迁移—创新突破”的三阶路径结构章节内容，尤其在每章末的“数学活动”中设置自编问题或方案设计类任务，如“结合校园生活设计方程问题”，强调数学与现实问题的创造性联结。日本教材的扩展任务常以“具有挑战性的问题”和“概括抽象”形式出现，例如从具体函数图像中归纳正比例函数的一般性质，或在几何问题中引导学生从特殊情形推广至一般结论，体现出较强的归纳推理导向。美国教材则明确将“Persevere with Problems”和“Reason Inductively/Abstractly”作为每课固定板块，系统训练学生在复杂情境中持续探索与抽象建模的能力，如通过多步骤比例问题引导学生构建一般性解题策略。

三国教材在扩展设计上均致力于思维深度的提升，中国教材注重问题创设与现实迁移，日本教材强调从具体到一般的思维跃迁，美国教材则更系统化地将挑战性问题融入日常教学，形成持续的认知张力。

(六) 沟通机制：在“协作与反思”中进行训练

在沟通机制的构建方面，三国教材均重视学生数学表达与合作能力的培养，但在组织方式与反思深度上存在差异。中国教材主要通过“数学活动”中的小组任务促进学生协作，如“校园垃圾分类调查”项目中学生需共同设计抽样方案并撰写报告，但在反思性环节设计上较为薄弱，多停留在成果展示层面。日本教材则设有系统的“小组合作”与“反思性问题”模块，如每章结束的“整理你的想法”栏目要求学生自我评估理解程度，并在几何证明等任务中鼓励学生通过讨论比较不同解法的合理性，体现出较强的元认知训练倾向。美国教材将沟通视为教学闭环的核心环节，每课均设有“Talk About It!”与“Discuss with a partner”等互动任务，并通过“Construct an Argument”“Justify Conclusions”等反思性写作任务，要求学生清晰阐述推理过程，强调数学论述的逻辑性与社会性。

总体来看，三国教材均认可沟通在数学学习中的价值，中国教材偏重任务协作与成果输出，日本教材注重过程反思与思维显性化，美国教材则更强调论证表达与逻辑建构，形成了一套贯穿教学全程的沟通训练体系。

六、教学建议：创造性使用教材的策略

教材不是静态的知识载体，而是动态思维活动的起点。教师应具备“教材解构力”，从教材中识别并提取具有创新潜力的任务点，并对其进行阶梯式重构，引导学生在逐步深入的探究中发展创造性思维。

(一) 教材解构与重构

1. 提取教材中的“创新触发点”

中、美、日三国基础教育阶段七年级数学教材中均蕴含丰富的创造性思维培养元素，可作为教师设计教学的重要资源，教师应善于识别并放大这些“创新触发点”。如中国教材强调“设计类任务”与“跨学科实践”，其中“设计图案”“测量方案设计”等任务，如“利用相交线设计测量方案”，具有强探究性与工具整合性；日本教材注重“未完成问题”与“多解法对比”，其中“未完成问题”与“多解法对比”，引导学生从单一答案走向多元策略；美国教材系统设置“Create 类任务”与“多工具建模”，其中“Create 类任务”与“建模活动”，强调学生自主构建问题与解决方案。

教师应在备课阶段系统梳理教材中各章节的开放性任务，明确其思维指向（如发散思维、系统思维、批判性思维），并在此基础上进行任务再设计。如在人教版“利用平移旋转设计文化墙图案”活动中，教师可引导学生不仅完成图案设计，还需撰写“设计说明”，阐释几何变换与文化寓意之间的关联，从而实现“数学—艺术—文化”的跨维融合。

2. 构建阶梯式任务序列

创造性思维并非一蹴而就，需依托于循序渐进的认知支架。中、美、日三国七年级数学教材均体现出“基础—变式—创新”的层级设计思路。为降低认知负荷、保障思维深度，教师应在教材原有结构基础上，将上述“创新触发点”分解为具有逻辑递进的“子任务链”，引导学生在步步为营中实现思维跃升。

表 9 三国教材的阶梯式任务特征

国家	任务原型	阶梯式子任务设计示例
中国	图案设计	①结构分析→②变换组合→③文化阐释
日本	多解法对比	①方法枚举→②策略比较→③反思优化
美国	建模任务	①情境抽象→②模型构建→③多工具验证

在教授“一元一次方程”时，教师可借鉴日本教材中的“问题提出”层次设计，如在基础层“解标准方程”；在变式层“改编条件，自主设问”；在创新层“结合校园生活，设计并求解一个真实方程问题，并论证其合理性”。

（二）评价体系建设

创造性思维若缺乏科学评价，易流于形式。中、美、日三国基础教育阶段七年级数学教材在评价设计上存在共性缺失，均未建立系统的创新表现评估框架。教师应在教学中补充以下三维评价体系，使学生明确“何为好的创造”。

表 10 评价体系构建

维度	评价重点	示例指标
新颖性	解法、思路、表达方式的独特性	是否非常规解法；是否融合多学科视角
实用性	问题解决的效率与可行性	方法是否简洁有效；是否具备推广价值
社会/文化价值	解决方案的社会意义与文化内涵	是否体现环保意识；是否传承传统文化

中国“文化墙设计”评价不仅关注图案美观，也关注其结构合理性，以及是否体现传统文化元素。日本“比例模型验证”评价学生是否通过多种方式验证模型，是否提出优化建议，是否考虑模型在现实中的适用性。美国“编写真实问题”评价问题的原创性、数学模型的准确性，以及问题是否反映现实关切。因此，在“校园垃圾分类调查”的课程内容设计中，教师可引导学生依据上述三维标准，对小组的报告进行自评与互评，从而超越“答案正确”的狭隘评价，转向“解决方案的质量与影响力”的综合考量。

（三）跨学科深度融合

创造性思维往往诞生于学科交叉处。教师应主动引入具有现实复杂性的跨学科议题，引导学生综合运用数学与其他学科知识，在真实问题中发展系统思维与创新意识。

1. 引入复杂现实议题

在课堂设计中，考虑所引入的现实议题的真实性，即问题是否来源于现实生活或社会热点；开放性，即问题是否有唯一标准答案，鼓励多元解决方案；综合性，即是否涉及两个及以上学科的核心概念或方法。

表 11 引入复杂问题的案例

议题	学科融合	教材对接点
城市交通流优化	数学（比例、函数）+ 工程（道路设计）+ 社会（公共政策）	中国教材中的“比例与函数”；美国教材中的“建模与图表”
生物遗传概率模型	数学（概率）+ 生物（遗传规律）+ 数据科学（模拟验证）	日本教材中的“数据与推测”；美国教材中的“归纳与抽象”

文化遗产数字化保护	数学（几何变换）+ 信息技术（3D 建模）+ 艺术（美学设计）	中国教材中的“平移旋转”；日本教材中的“可视化”
-----------	---------------------------------	--------------------------

（四）技术与人机协同

技术工具可以拓展学生的认知边界，但不应替代思维过程。教师应在教学中合理使用数字化工具，同时强调“结果验证”与“思维优先”，培养学生在人机协同中的主体意识。

1. 工具使用策略

以 GeoGebra/Web Sketchpad 用于动态演示几何变换、函数图像变化，帮助学生形成直观感知；编程平台（如 Python）用于数据模拟、概率实验，增强学生对模型的理解；在线协作工具支持小组共创与远程辩论，拓展沟通边界。

2. 思维优先的教学提醒

工具是思维的延伸：在使用工具前，先让学生提出猜想或初步方案；验证是必要的环节：工具得出的结果需通过逻辑推理或实际检验加以验证；反思是深化的路径：引导学生比较“手工计算”与“工具输出”的差异，理解工具背后的数学原理。

（五）教师角色转型

教师在创造性使用教材的过程中，必须完成角色转型，即教师不再是知识的单向传递者，而是学生思维发展的引导者、记录者与激励者。

1. 设计“创新档案袋”，记录思维轨迹

教师可引导学生建立个人或小组的创新档案袋，内容包括：以草图与方案初稿记录原始想法；以改进日志记录迭代过程与调整理由；以反思笔记总结成功经验与失败教训；建立评价反馈表，包括自评、互评与师评。

2. 组织项目式学习与数学辩论会

以“设计校园节能方案”“策划数学文化节”等项目为载体，让学生在项目式学习的实践中综合运用数学知识；围绕“哪种统计图更适合表达数据趋势？”“负数在现实中有何实际意义？”等议题开展数学知识辩论会，训练学生的逻辑表达与批判性思维。

参考文献：

- [1] 王运思.人教 A 版高中数学教材文本编写特点研究——以“弧度制”为例[J].天津师范大学学报(基础教育版),2024,25(02):29-32.
- [2] 杨涛,杨建强,王烨晖,等.义务教育不同版本数学教材主题分布比较：基于主题追踪图的研究[J].数学教育学报,2024,33(01):71-76.
- [3] 李坤丽,唐佳丽.数学教材研究的特征与趋势及其挑战——第四届国际数学教材研究与发展会议的启示[J].数学教育学报,2023,32(04):96-102.
- [4] 黄贤明,夏玉梅,李玲.核心素养视域下的数学教学内容分析与教材呈现内容比较——以“认识人民币”为例[J].数学教育学报,2024,33(01):51-58.
- [5] 杨慧娟,于艺璇,郭贝贝,等.中日韩小学数学教材中度量衡内容的比较研究[J].数学教育学报,2024,33(02):49-54.
- [6] 胡焱,王晓杰,宋乃庆.小学数学教材中的劳动教育内容研究[J].现代基础教育研究,2023,51(03):189-195.
- [7] 赵欣怡,孔凡哲,史宁中.小学数学教材培育中华民族共同体意识的价值与路径[J].民族教育研究,2022,33(05):129-136.
- [8] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准（2017 年版）[S].北京:人民教育出版社,2018:2 - 8.
- [9] 雷沛瑶,胡典顺.中国大陆和中国台湾高中数学教科书中数学史的比较研究[J].数学教育学报,2022,31(02):1-7.

- [10] 安奕,任玉丹,韩奕帆,等.PISA2021 创造性思维测评及启示[J].中国考试,2019(11):71-78.
- [11] 谢明初,王尚志.数学创造力的特征、培养与研究展望[J].全球教育展望,2020,49(5):119-128.
- [12] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准（2022 年版）[S].北京:北京师范大学出版社,2022.
- [13] 丁福军,张维忠.创造性思维在数学教材中的呈现研究——以人教版小学数学教材为例[J].浙江师范大学学报(自然科学版),2021,44(02):234-240.
- [14] 杨新荣,杨莉萍.小学数学教材中创造性思维呈现的纵向比较研究——基于九年制义务教育施行以来三套人教版教材的分析[J].课程·教材·教法,2023,43(08):108-115.
- [15] Bicer A, Aleksani H, Butler C, et al. Mathematical creativity in upper elementary school mathematics curricula[J]. Thinking Skills and Creativity, 2024, 51: 101462.